Algebraische Struktur
notwendige Eigenschaft

Halbgruppe
abgeschlossen, assoziativ
$(\mathbb{N},+)$

Halbordnung
$a \wedge b = \inf(a,b) = \sup\{z \mid z \leqslant a, z \leqslant b\}$
muss eindeutig definiert sein!
$a \leqslant b \Leftrightarrow a \wedge b = a$

Monoid
(eindeutiges) neutrales Element ϵ
$(\mathbb{N}_0,+)$

Halbverband $(U,\wedge)$
abelsch, idempotent
$(a \wedge a = a)$

Gruppe
inverses Element
$(\mathbb{Z},+)$

Verband $(U,\wedge,\vee)$
$(U,\wedge)$ und $(U,\vee)$ duale Halbverbände
Verschmelzung: $a \vee (a \wedge b) = a = a \wedge (a \vee b)$

modularer Verband
Modularitätsgesetz
$a \leqslant b \Rightarrow a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge c$

vollständiger Verband
$\forall A \subseteq U \; \exists \inf(A) \in U, \sup(A) \in U$

vollständige Halbordnung

distributiver Verband
distributiv

komplementärer Verband
$\exists$ genau ein Komplement zu jedem Elem
$a \wedge Ca = bottom$; $a \vee Ca = top$

boolescher Verband
Involution: $CCa = a$
De Morgan: $C(a \wedge b) = Ca \vee Cb$
$C(a \vee b) = Ca \wedge Cb$

z.Z: ass $\wedge$ kom $\wedge$ idem $\wedge$ verschm $\wedge$ di
$\wedge$ (Komp $\vee$ de Morgan) $\wedge$ vollst
$\simeq$ Mengenalgebra
$|U| = 2^n, n \in \mathbb{N}_0$